Олимпиада по математике
Школьный этап
Овчаренко Екатерина Евгеньевна, 11 класс.

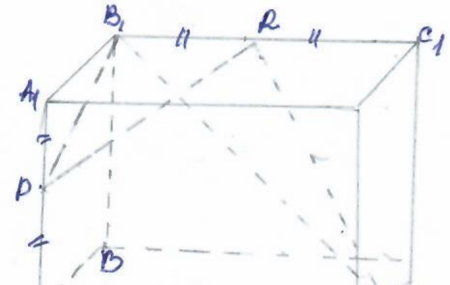
Задача №1
Пусть первая парабола пересекает Ox в точке f, а вторая парабола пересекает ось Ox в точке $-f$, тогда $b=2019f$, $d=-2019f$. Это значит $b=-d$. Но эти параболы пересекают Oy в точках $(0;b)$ и $(0;d)$, что и требовалось доказать
+

Задача №2.
Возьмём числа 10, 15 и 20. Цвета должны попарно отличаться, что невозможно, поскольку цветов всего два
Ответ: нет. +

Задача №3
Допустим, сторона квадрата — a, а сторона треугольника — b, тогда $3b=a^2$ и $4a=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2$. $\Rightarrow a^4=9b^2=48\sqrt{3}a$. $\Rightarrow$
$a^3=48\sqrt{3}$, $\Rightarrow a=2\sqrt[3]{2\sqrt{3}}$. +

Задача №4
Карлсон выедает квадрат 14×14 посередине шоколадки, чтобы ось симметрии квадрата и ось симметрии прямоугольника совпадали. Тогда относительно общей оси симметрии остаток шоколадки делится на две одинаковые части. При этом никакой последующий ход не может пересечь ось симметрии. Теперь на каждый ход Малыша Карлсон отвечает симметричным ходом.
+

Задача



Сторона куба равна $2a$
$PB_1=\sqrt{4a^2+a^2}=(\sqrt{5}a)\ \sqrt{5}a$
$QB_1=\sqrt{4a^2+4a^2+a^2}=3a$
$PR=RQ=PQ=\sqrt{4a^2+a^2+a^2}=\sqrt{6}a$
$\triangle PQR$ правильный, откуда $\angle PRQ=60^\circ$.
$\cos\angle PB_1Q=\frac{PB_1^2+QB_1^2-PQ^2}{2\cdot PB_1\cdot QB_1}=$
$=\frac{5a^2+9a^2-6a^2}{6\sqrt{5}a^2}=\frac{4}{3\sqrt{5}}>\frac{1}{2}$.
$64>45$
$8>3\sqrt{5}$
$\cos\angle PB_1Q>\cos 60^\circ=\cos\angle PRQ \Rightarrow$
$\angle PB_1Q<\angle PRQ$. +